Solucionario

Quintas Olimpiadas de Física y Matemáticas

Nivel I

SOLUCIONARIO

PRIMERA PARTE. NO SUSTENTABLES

1. Para el MRU, no se cumple que su velocidad varíe, aunque su aceleración puede ser constante con tal de que dicha constante valga cero. Rta: D

2. Para el primer guijarro:

$$y_1 = \frac{1}{2}aT^2 = \frac{1}{2}10T^2$$

$$\Rightarrow y_1 = 5T^2 \quad (1)$$

Para el segundo guijarro:

$$y_2 = \frac{1}{2}a(T-1)^2 = \frac{1}{2}10(T-1)^2$$

$$y_2 = 5(T-1)^2 \quad (2)$$

Restando (2) a (1):

$$y_1 - y_2 = 5T^2 - 5(T-1)^2$$
$$= 5T^2 - 5(T^2 - 2T + 1)$$
$$= 5T^2 - 5T^2 + 2T - 1$$

$$\Rightarrow \boxed{y_1 - y_2 = 2T - 1}$$

Ecuación monótona creciente

Rta: C

3. 130N ~~~~~~> 70N

El resorte "soporta" como máximo el valor de la fuerza menor, es decir, 70 N, la diferencia ($130N - 70N = 60N$) sería la fuerza neta con que adulto arrastra al joven.

Por la ley de Hooke:

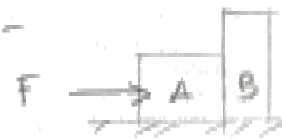
$$\vec{F} = k\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \frac{\vec{F}}{k}$$

$$\vec{x} = \frac{70N}{400N/m} \Rightarrow \vec{x} = 0{,}175m$$

$$\boxed{\vec{x} = 17{,}5\,cm}$$

Rta: B

4.



$$\Rightarrow \sum F_x = m \cdot \vec{a}$$
$$\vec{F} = (m_A + m_B)\vec{a}$$
$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_A + m_B}} \quad (1)$$

La fuerza de interacción entre los bloques es igual en magnitud, es decir, $|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}|$

Para el cuerpo B:

$$\sum F_x = m_B \vec{a}$$
$$F_{AB} = m_B \vec{a} = \frac{m_B \cdot \vec{F}}{m_A + m_B}$$

Observe que la fuerza de interacción depende de la masa del cuerpo que es arrastrado por el cuerpo

Que recibe la fuerza $\vec{F}$ directamente, es decir a mayor M_B, mayor fuerza de interacción y como $M_A = \frac{3}{2} M_B$, sucede que la interacción es mayor si la fuerza $\vec{F}$ actúa de derecha a izquierda. Si reemplazamos:

$$\vec{a} = \frac{F}{\frac{3}{2}M_B + M_B} = \frac{F}{\frac{5}{2}M_B}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{2\vec{F}}{5M_B}}$$

RTA: D

5.- Inicialmente asuma que usted mantiene con $V=0$ en un punto, luego para cualquier dirección que lance el hueso será lo mismo (todos los puntos donde puede caer el hueso generan una circunferencia), y si se mueve a velocidad constante, es un sistema inercial y continúa igual que antes. RTA: e

6.- Cerca de la superficie terrestre, la aceleración de la gravedad permanece casi constante, las otras cantidades varían. RTA: C

7.- Se trata de un MA, es decir un cuerpo en equilibrio y se cumple que

$$\boxed{\Sigma F = 0}$$

RTA: C

SEGUNDA PARTE
DEBEN SER SUSTENTADAS.

8.- Realizamos los diagramas de fuerza teniendo en cuenta que la masa de las poleas y cuerdas es nula.

Para m_1:

$\Sigma F_x = m_1\vec{a_1} \Rightarrow T_1 = m_1 a_1$ (1)

Para la polea móvil:

$\Sigma F_x = M_p \vec{a_2}$

$2T_1 - T_2 = 0 \cdot \vec{a_2}$

$2T_1 - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 2T_1$ (2)

Para M_2:

$\Sigma F_y = m_2 \vec{a_2}$

$m_2 g - T_2 = m_2 \vec{a_2}$

$T_2 = m_2 g - m_2 \vec{a_2}$ (3)

Pero por (2) si $T_2 = 2T_1$ (*) se cumple que $a_1 = 2a_2$ (4)

$\Rightarrow$ en (1). $2T_1 = 2m_1 a_1$ (5)

Igualando (5) y (3)

(*) para que se cumpla la "regla de oro" de la física.

$2M_1a_1 = M_2g - M_2a_2 \quad (a_2 = a)$

$2M_1(2a) = M_2g - M_2a$

$4M_1a = M_2g - M_2a$

$4M_1a + M_2a = M_2g$

$\vec{a}(4M_1 + M_2) = M_2g$

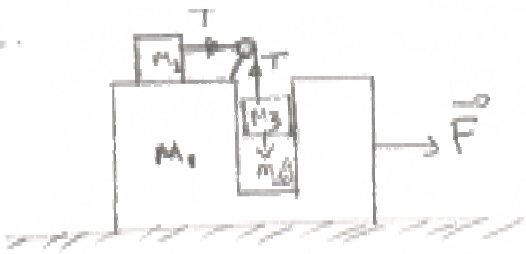
$\boxed{\vec{a} = \frac{M_2}{4M_1 + M_2}g}$ Para

$M_1 = 2M_2 \Longrightarrow$

$\vec{a} = \frac{M_2}{4(2M_2) + M_2}g = \frac{M_2}{9M_2}g$

$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{g}}{9}}$ atendiendo a todo lo realizado: RTA: A

9.–



Para el sistema:

$\sum F_x = m\vec{a}$

$\vec{F} = (M_1 + M_2 + M_3)\vec{a}$ ①

Para el cuerpo M_2:

$\sum F_x = M_2\vec{a}$

$T = M_2\vec{a}$ ②

Para el cuerpo M_3:

$\sum F_y = 0$

$T - M_3g = 0$

$\rightarrow T = M_3g$ ③

igualando ② y ③

$M_2a = m_3g$

$\vec{a} = \frac{m_3g}{M_2}$ ④

Colocando ④ en ①:

$\vec{F} = (M_1 + M_2 + M_3) \cdot \frac{M_3g}{M_2}$

Para $M_1 = M_2 = M_3 = m$.

$\vec{F} = 3m \cdot \frac{mg}{m}$

$\boxed{\vec{F} = 3m\vec{g}}$ RTA: A

10.– $\vec{R} = \sqrt{\sum x^2 + \sum y^2}$

$\sum x = -3 + 3 + 1 + 2 + 3 + 4 - 1 - 2 - 3 - 4 = 0$

$\sum x = 0$ ①

$\sum y = 4 + 4 + 2(1) + 2(2) + 2(4) + 2(6)$

$\sum y = 8 + 2 + 4 + 8 + 12$

$\sum y = 34$

$\Rightarrow \vec{R} = \sqrt{0^2 + 34^2} = \sqrt{34^2}$

$\boxed{\vec{R} = 34}$ RTA: C

MATEMATICAS

Primera Parte

Sin sustentación:

11.– Sea x el # adicional de Pelotas, luego se cumple que:

$(70 + x) \cdot \frac{80}{100} = 50 + x$

$\frac{4}{5}(70+x) = 50+x$

$280+4x = 250+5x$

$\boxed{30 = x}$

Requiere 30 peleas adicionales y ganarlas todas para cumplir su meta.

RTA: B

12- observese que la parte sombreada exterior, equivale a los 3 cuadrantes de círculo que faltan para llenar el cuadrado, luego la parte sombreada tiene área equivalente al área del cuadrado.

RTA: B

13- Método #1 rebobinado.

1- $5 \longrightarrow (5+\frac{1}{2})2 = 11 \longrightarrow$

$(11+\frac{1}{2})2 = 23$

La campesina llevó 23 huevos al mercado

Metodo #2 Algebraico.

Sea x el total de huevos

1ra venta $\frac{x}{2}+\frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$ queda

$x - \frac{x+1}{2} = \frac{2x-x-1}{2} = \frac{x-1}{2}$

2da venta $\frac{x-1}{4}+\frac{1}{2} = \frac{x-1+2}{4} = \frac{x+1}{4}$

Queda: $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{4} = \frac{2x-2-x-1}{4} = \frac{x-3}{4}$

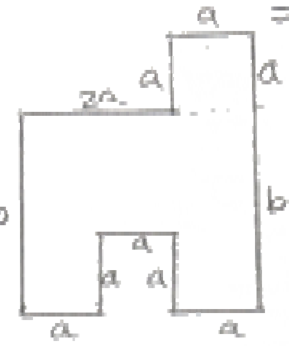
que es igual a 5:

$\frac{x-3}{4} = 5$

$x-3 = 20 \longrightarrow x = 23$

RTA: C

14-



$P = 10a+2b$

$= 10a+2b+3b-3b$

$= 10a+5b-3b$

$P = 5(2a+b)-3b$

RTA: D

15- Como inicialmente hay 64 litros de vino y se extraen 16 quedan 48 litros de vino y 16 de agua, en la segunda extracción salen 16 litros de mezcla, de los cuales $\frac{48}{64}$ son vino, luego se sacan en la segunda extracción:

$16 \cdot \frac{48}{64} = \frac{48}{4} = 12$ litros.

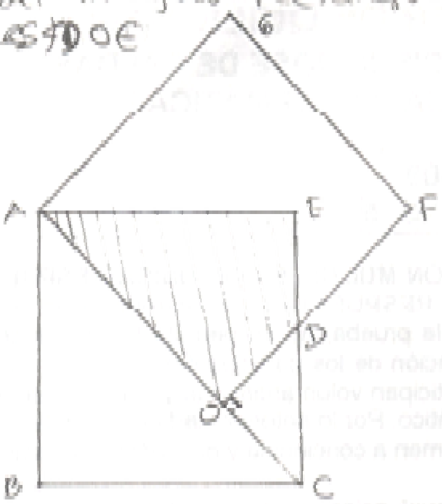
de donde quedan:

$48-12 = 36$ litros de vino

RTA: A

16- el área sombreada es igual al área de

Medio cuadrado menos el área del triángulo rectángulo isósceles DOE



NOTESE: $\overline{AO} = 1$ $\overline{AC} = \sqrt{2}$

Luego $\overline{OC} = \sqrt{2} - 1$ $m\angle O = 90^\circ$

$m\angle D = m\angle C = 45^\circ$ luego el $\triangle DOC$ es rectángulo isósceles.

Area de $\triangle DOC = \dfrac{\overline{OC} \cdot \overline{OD}}{2}$

$= \dfrac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{2} = \dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{2}$

$= \dfrac{2 - 2\sqrt{2} + 1}{2} = \dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$

$A_s = \dfrac{1 \times 1}{2} - \dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1 - 3 + 2\sqrt{2}}{2}$

$A_s = \dfrac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \dfrac{2(\sqrt{2}-1)}{2}$

$A_s = \sqrt{2} - 1\ u^2$ Rpta: C

17-. Si Isbener permanece quieto, Arroyave lo cruza 22 veces, si Arroyave permanece quieto Isbener lo cruza 32 veces, pero como ambos corren se cruzan $(22 + 32) - 1 = 54 - 1 = 53$ veces

Se restó la unidad pues el último no es un cruce ya que quedan en la meta. Rpta: C

18-. Se debe saber que 1 pie = 12 pulgadas

volviendo todo a pulgadas tenemos

Pedro
X pies + Y pulgadas
12X + Y pulgadas

recibe
X pulgadas + Y pies
X + 12Y pulgadas

además

$\dfrac{30}{100}(12X + Y) = X + 12Y$

$36X + 3Y = 10X + 120Y$

$26X = 117Y$

$X = \dfrac{117}{26}Y$

$X = \dfrac{9}{2}Y$ ó $\boxed{Y = \dfrac{2}{9}X}$

si $Y = 4 \Rightarrow X = 18$ Rpta: A

Sea x la cantidad de alcohol que se extrae inicialmente.

luego quedan $100-x$ litros de alcohol

En la segunda extracción se sacan

$x \cdot \frac{100-x}{100} = \frac{x}{100}(100-x)$ y quedan

$(100-x) - \frac{x}{100}(100-x) = (100-x)\left(1-\frac{x}{100}\right)$

$= (100-x)\left(\frac{100-x}{100}\right) = \frac{1}{100}(100-x)^2$

Según el enunciado

$$\frac{\frac{1}{100}(100-x)^2}{100} = \frac{49}{100}$$

$(100-x)^2 = 4900$ (ext $\sqrt{\ }$)

$100-x = \pm 70$

$x_1 = 30L$ ó $x_2 = 170L$

Sirve $x = 30$ Litros

Rpta: C

20.- Para el caso de 5 dulces iguales:

$\Rightarrow n=5 \quad r=3$

$\#f = C(n+r-1, r-1)$

$= C(7,2) = \frac{7!}{2!\,5!}$

$\#f_1 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 5!} = \frac{42}{2}$

$\#f_1 = 21$

Para el caso de dulces diferentes

Para cada dulce se aplica:

$n=1 \quad r=3$

$\rightarrow C(1+3-1, 3-1) = C(3,2)$

$\#f_2 = C_{(3,2)} \cdot C_{(3,2)} \cdot C_{(3,2)} \cdot C_{(3,2)} \cdot C_{(3,2)}$

$\#f_2 = [C_{(3,2)}]^5$

$\#f_2 = \left(\frac{3!}{2!\,1!}\right)^5 = \left(\frac{6}{2}\right)^5$

$\#f_2 = 3^5$

$\#f_2 = 243$

Rpta: D